

ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ Β' ΤΑΞΗΣ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΕΞΕΤΑΖΟΜΕΝΟ ΜΑΘΗΜΑ : ΑΛΓΕΒΡΑ ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
ΗΜΕΡΟΜΗΝΙΑ : 14 ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΥ 2016

ΘΕΜΑ 1^ο

- A)** Να αποδείξετε ότι το υπόλοιπο της διαίρεσης ενός πολυωνύμου $P(x)$ με ένα πολυώνυμο της μορφής $x - \rho$, είναι ίσο με $v = P(\rho)$. (5μ.)
- B)** Να αποδείξετε ότι το πολυώνυμο $x - \rho$ είναι παράγοντας του πολυωνύμου $P(x)$ αν και μόνο αν το ρ είναι ρίζα του $P(x)$. (8μ.)
- Γ)** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν γράφοντας στο τετράδιό σας τη λέξη **Σωστό** ή **Λάθος** δίπλα στον αριθμό που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση.
1. Αν δύο πολυώνυμα έχουν τον ίδιο βαθμό, τότε είναι ίσα.
 2. Κάθε σταθερό πολυώνυμο είναι μηδενικού βαθμού.
 3. Αν τα πολυώνυμα $P(x)$, $Q(x)$ είναι τρίτου βαθμού, τότε και το πολυώνυμο $R(x) = P(x) + Q(x)$ θα είναι τρίτου βαθμού.
 4. Το μηδενικό πολυώνυμο έχει άπειρες ρίζες.
 5. Αν το πολυώνυμο $P(x)$ έχει ρίζα το 2016, τότε το πολυώνυμο $Q(x) = P(x+1)$ έχει ρίζα το 2015.
 6. Αν το άθροισμα των συντελεστών ενός πολυωνύμου είναι ίσο με μηδέν, τότε το πολυώνυμο έχει ρίζα το 1. (12μ.)

ΘΕΜΑ 2^ο

- A)** Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^3 - 16\lambda)x^3 + (\lambda^2 + 4\lambda)x^2 + (\lambda^2 - 16)x + \lambda + 4$.
Να βρείτε το βαθμό του $P(x)$ για τις διάφορες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$. (8μ.)
- B)** Δίνονται τα πολυώνυμα $P(x) = (\alpha + \beta)x^2 - (\beta - 1)x + \beta$ και $Q(x) = (\beta - 1)x^3 + (\beta - 2\alpha)x^2 - \alpha x - \beta$, τα οποία έχουν κοινή ρίζα το -1 .
- i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 1$ και $\beta = 0$. (5μ.)
 - ii) Να βρείτε το πολυώνυμο $A(x) = P(2x) - P(x-1) - 3x^2 + 3$ και να γράψετε το βαθμό του. (5μ.)
 - iii) Να βρείτε πολυώνυμο $B(x)$ για το οποίο ισχύει: $(x+3)B(x) = Q(x) - P(3)$. (7μ.)

ΘΕΜΑ 3^ο

A) Να λύσετε τις παρακάτω εξισώσεις:

i) $-2\sigma\nu^2 x + \eta\mu x = -1$ (4μ.)

ii) $\eta\mu x + \sqrt{3}\sigma\nu x = 0$ (3μ.)

iii) $\epsilon\varphi\left(\frac{7\pi}{10} - 2x\right) + \sigma\varphi\left(\frac{3\pi}{5} + x\right) = 0$ (5μ.)

B) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = (\eta\mu^4 x + \sigma\nu^4 x)(\epsilon\varphi x + \sigma\varphi x)^2$.

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού της f . (2μ.)

ii) Να αποδείξετε ότι $f(x) = \epsilon\varphi^2 x + \sigma\varphi^2 x$. (4μ.)

iii) Να λύσετε την εξίσωση $f(x) = 2$ στο διάστημα $[0, 2\pi]$. (7μ.)

ΘΕΜΑ 4^ο

A) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha \cdot \sigma\nu 2x - \epsilon\varphi \frac{34\pi}{3}$, $x \in \mathbb{R}$, της οποίας η γραφική παράσταση διέρχεται από το σημείο $A\left(\frac{5\pi}{12}, -2\sqrt{3}\right)$.

i) Να αποδείξετε ότι $\alpha = 2$. (5μ.)

ii) Να βρείτε τα σημεία τομής της C_f με τον x' . (4μ.)

iii) Να βρείτε τη μέγιστη τιμή της f , καθώς και για ποια x παίρνει την τιμή αυτή. (4μ.)

iv) Να λύσετε την εξίσωση $f\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - f(x) = 2$. (7μ.)

B) Να λυθεί η εξίσωση $\sigma\nu\left(\frac{\pi x - \pi}{4}\right) - x^4 + 2x^2 - 2 = 0$ (5μ.)